*COLEGIUL NAȚIONAL "A.T. LAURIAN"* *BOTOŞANI*

*27 octombrie 2007*

# *CONCURSUL JUDEȚEAN DE MATEMATICĂ "OCTAV ONICESCU"*
## *Ediția a XI-a*

**1.** Considerăm şirul numerelor naturale cu suma cifrelor 6 ( 6, 15, 24, 33, 42, 51, 60, 105, ...).
Arătați că : **a)** există în şir doua numere consecutive cu diferența mai mare decât $10^{2007}$.
**b)** şirul nu conține pătrate perfecte dar are o infinitate de numere de forma $k^2 + 2$, $k\gamma\rfloor$.

**2.** O stână are 2007 oi ( 1004 albe, 1003 negre ) care dorm noaptea într-un țarc circular. Ciobanul bătrân şi înțelept are un contract cu lupul cel tânăr şi isteț: lupul nu atacă deloc stâna; în schimb o dată pe an, în noaptea zilei sale onomastice, acesta poate să vină nestingherit, când oile dorm, să traseze un diametru al țarcului şi să mănânce câte oi vrea cu condiția să mănânce dintr-o singură jumătate a țarcului şi cel puțin câte o oaie de fiecare culoare. Explicați cum a aşezat ciobanul oile la culcare ştiind că lupul, cu toate că a încercat toată noaptea, a plecat flămând.

**3.** Alina vrea să stingă lumina în sala de sport. Sala are 2007 becuri, fiecare cu comutatorul lui. Inițial sunt aprinse $k$ becuri,($k\geq 1$). Starea becurilor nu poate fi modificată decât la $n$ becuri deodată, acționând comutatoarele lor ($3\leq n \leq 2006$, $n$ fixat). Arătați că, aplicând această oprație convenabil de un număr de ori, Alina:

**a)** poate schimba starea a exact două becuri **b)** poate schimba starea unui singur bec dacă $n$ este impar.
**c)** poate stinge lumina dacă ori $n$ este impar ori $n$ şi $k$ sunt pare. **d)** nu poate stinge lumina dacă $n$ este par şi $k$ impar.

**4.** Pe un cerc de centru $O$ considerăm punctele $A, B, C, D, E, F$, în această ordine astfel încât coardele $[AD]$, $[BE]$, $[CF]$ să fie concurente în $T$, determinând 6 unghiuri de 60 ° în jurul lui T( $T \neq O$). Arătați că:
**a)** cercul de diametru $[OT]$ trece prin mijloacele $M$, $N$ şi $P$ ale coardelor, iar triunghiul MNP este echilateral.
**b)** una din distanțele $TM$, $TN$, $TP$ este egală cu suma celorlalte două. **c)** $TA + TC + TE = TB + TD + TF$, (vezi punctul **b)**).
*(Ştim T. Ptolemeu :"În orice patrulater inscriptibil, produsul diagonalelor este egal cu suma produselor laturilor opuse")*

**5.** O tablă de şah obişnuită are 14 linii (7 orizontale şi 7 verticale diferite de marginile tablei) care delimitează cele 64 de pătrățele. Acoperind tabla cu 32 dominouri, oricare din cele 14 linii taie in jumătate anumite dominouri (între 0 şi 8 dominouri). Arătați că:
**a)** la orice acoperire, toate liniile taie 0, 2, 4, 6 sau 8 dominouri şi găsim măcar o linie care taie cel puțin 4 dominouri.
**b)** dacă la o acoperire toate liniile taie măcar un domino, atunci avem doar una din situațiile :
**i)** 12 linii taie câte 2 dominouri şi 2 linii taie câte 4 dominouri. **ii)** 13 linii taie câte 2 dominouri şi o linie taie 6 dominouri.

This PDF was created using the PDF Converter Elite software.
To remove this watermark, please license this product at www.pdfconverter.com