 CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ

***“OCTAV ONICESCU”***

***Ediţia a XXI-a***

***Problema 1.***

Expresia se numește “norocoasă” deoarece toate numerele sunt prime. Arătați că și găsiți toate numerele întregi pentru care sunt prime. Justificați răspunsul.

***Problema 2.***

Să se determine numerele naturale și trei mulțimi care îndeplinesc următoarele condiții:

* mulțimile sunt disjuncte două câte două și reuniunea lor este
* fiecare mulțime conține cel puțin două elemente
* pentru oricare dintre mulțimi suma oricăror două elemente distincte din aceasta nu aparține reuniunii celorlaltor două mulțimi.

***Problema 3.***

Considerăm octogonul convex de perimetru . Dreptele determină un dreptunghi de arie și perimetru iar dreptele determină un dreptunghi de arie și perimetru . Arătați că:



***Problema 4.***

Ratonul Tony se găsește în punctul de coordonate și face pași după următoarea regulă.

Dacă la un moment dat se găsește la coordonate după un pas el se va găsi la coordonate , sau .

Ratonul vă solicită să raspundeți la două întrebări:

1. În câte poziții distincte se poate afla după pași ?
2. În câte moduri distincte poate ajunge la coordonatele ?

Nu încercați să păcăliți ratonul. Justificați răspunsul.

***Problema 5.***

Ali Baba și cei patruzeci de hoți stau în jurul unei mese rotunde fiecare având un număr de galbeni : . Din acel moment, ei vor proceda astfel:

Ali Baba bate din palme. Toți banii se strâng la mijlocul mesei și apoi fiecare hoț ( inclusivAli Baba ) ia inapoi o sumă egală cu media aritmetică dintre sumele pe care le-au avut anterior el și vecinul din dreapta. Știm că numerele scrise în baza au ultimele de cifre egale și există două care nu au ultimele de cifre egale.

Arătați că după ce Ali Baba va bate din palme a -a oară suma strânsă în mijlocul mesei nu va mai putea fi împărțită deoarece unele medii nu ar fi numere întregi.

***TIMP DE LUCRU***: **4 ORE**.

***PUNCTAJ***: **20 de puncte pentru fiecare problemă**.

Se acordă 20 de puncte din oficiu.