***CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ***

***“OCTAV ONICESCU”***

***Ediţia a XXII-a***

***Problema 1.***

Viorel trebuie să scrie câte un număr real în fiecare pătrățel al unei table de șah, astfel încât în fiecare pătrat suma numerelor din cele pătrățele să fie . Deoarece este îndragostit de numărul el își dorește să scrie în cât mai multe pătrățele . Care este numărul maxim de pătrățele în care Viorel poate să scrie ? Justificați răspunsul.

***Problema 2.***

Se consideră expresia .

Pe o tablă sunt scrise toate numerele naturale de la la . Se înlocuiesc oricare două numere și cu numărul . Procedeul se repetă până când rămâne un singur număr pe tablă.

1. Calculați produsul .
2. Să se demonstreze că oricum înlocuim numerele de pe tablă la final se obține
3. Care este numărul maxim de numere care pot apare la un moment dat pe tablă?

***Problema 3.***

Se consideră 3 puncte situate pe un cerc sau în interiorul acestuia.

1. Dacă pentru orice punct de pe cerc, să se arate că și coincid cu .
2. Dacă pentru orice punct de pe cerc, arătați că și sunt vârfurile unui triunghi echilateral înscris în

***Problema 4.***

Se consideră mulțimea . Pentru orice submulțime nevidă a mulțimii se definesc două tipuri de transformări:

1. Dacă se înlocuiesc și cu .
2. Dacă se înlocuiește cu și .

Două submulțimi ale mulțimii se numesc echivalente dacă se pot obține una din alta după un șir de transformări de tip 1 și/sau 2. Care este numărul maxim de submulțimi **nevide** ale mulțimii care pot fi alese astfel încât oricare două să nu fie echivalente? Justificați raspunsul.

***TIMP DE LUCRU***: **4 ORE**.

***PUNCTAJ***: **20 de puncte pentru fiecare problemă**.

Se acordă 20 de puncte din oficiu.