



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
"OCTAV ONICESCU"
Ediția a XXIII-a

Problema 1.

Pentru un număr natural k definim $S(k)$ = suma cifrelor lui k .

Considerăm șirul de numere naturale $(a_n)_{n \geq 1}$ cu $a_1 \in [800; 900]$ și $a_{n+1} = a_n - S(a_n)$.

a) Să se determine a_{100} .

b) Să se calculeze valoarea celui mai mic termen de trei cifre al șirului.

Problema 2.

Considerăm zece numere nenule astfel încât pentru oricare șase dintre ele măcar două au valori distincte. Determinați numerele știind că suma oricăror nouă dintre ele este cu 17 mai mare decât inversul numărului rămas.

Problema 3.

Definim o piesă de șah numită *prinț*. Aceasta, spre deosebire de rege, atacă doar pozițiile vecine de pe aceeași linie și coloană, nu și în diagonală.

Doi prinți devin nervoși dacă există o poziție atacată de ambii.

Care este numărul maxim de prinți care pot fi așezați pe o tablă de șah 6x6 astfel încât să nu avem niciun print nervos? Justificați răspunsul și dați un exemplu.

Problema 4.

Fie A, B, C, D puncte distincte în plan astfel încât oricare trei nu sunt coliniare.

Dintre segmentele AB, AC, AD, BC, BD, CD , patru au lungimea x și două au lungimea y cu $x \neq y$

Să se calculeze valorile posibile ale numărului: $r = \frac{y^2}{x^2}$

Problema 5.

În dulapul cantinei Colegiului Național "A.T. Laurian" sunt n farfurii numerotate de la 1 la n .

În fiecare zi doamna Geta mută farfuria din dulap pe o stivă aflată pe masă sau invers.

Scopul ei este ca, într-o bună zi, stiva să conțină doar farfuria 1.

În prima zi pune pe masă farfuria n .

În fiecare dintre zilele următoare ea procedează astfel:

- Dacă în vârful stivei este farfuria $k > 1$ adaugă deasupra acesteia farfuria $k - 1$.

- Dacă în vârful stivei este farfuria 1 și sub ea farfuria k , mută întâi în dulap aceste două farfurii și apoi adaugă în stivă farfuria $k - 1$.

Arătați că în ziua $2^n - 1$ doamna Geta își atinge obiectivul.

TIMP DE LUCRU: 4 ORE.

PUNCTAJ: 20 de puncte pentru fiecare problemă.

Se acordă 20 de puncte din oficiu.