***CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ***

***“OCTAV ONICESCU”***

***Ediţia a XXV-a***

***Soluții***

***Problema 1.***

Fie și

Din

Din

Deci ……………………………………………… 10 p

Cum și

Deci cu și ………………………………………………5 p

Găsim și…………………………………………………………………………………………. 5 p

***Problema 2.***

Inegalitatea adevărat ( inegalitatea mediilor) …….5p

Egalitatea are loc pentru . ……………………………………….5p

Inegalitatea adevărat deoarece

 *(1)*

 *(2)* ………………………………………………………………5p

Egalitatea are loc când  *(1)* și *(2)* devin egalități.

1. Devine egalitate daca sau .
2. Devine egalitate daca sau

Dacă atunci sau

Dacă atunci

Deci ……………………………………………………5p

***Problema 3.***

1.

Prin scadere găsim *(\*)*.....................................................4p

Fie natural si fixat. Se deduce folosind repetat *(\*).*

Deci pentru orice fixat avem oricare ar fi natural.

Rezultă că pentru orice . …………………………………………………...8p

1. Cum daca și atunci .

În particular, cu .

Obținem

. ……………………………………...4p

Deci

 ............................................................................................................4p

***Problema 4.***

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| Figura (I) | Figura (II)  |

1. Pe figura (I):

 căci unghi comun și

Deci .La fel și .

Din și ..........................................................................5p

1. Fie bisectoare în .Folosind bisectoare în Deci bisectoarele și se taie în …………………………………………… 5p
2. Pe figura (II), fie intersecția tangentelor în și . Dreapta retaie cercul în punctul . Arătăm că coincide cu : ......................................... ..............................................2p

În patrulaterul , tangentele în și se taie în și la fel ca la 1) avem

 și rezultă ca la 2) este bisectoare in . ……………...3p

Unghiurile înscrise în cerc și subîntind același arc DAB. Rezultă că bisectoarele lor (adică și ) trec prin mijlocul al arcului DAB. Dreptele și au în comun punctele și , deci coincid. Rezulta și . (q.e.d.)………5p